1 $a,\ b$ を定数とする．x についての方程式 $ax=b$ を解きなさい．

2 連立方程式 $\begin{cases} 11x-13y=61 \\ 17x-19y=91 \end{cases}$ を解きなさい．　【巣鴨高校・2003年】

3 連立方程式 $\begin{cases} 2x+y=1 \\ 2y+z=2 \\ 2z+x=3 \end{cases}$ を解きなさい．

4 連立方程式 $\begin{cases} \dfrac{3}{x}-\dfrac{4}{y}=5 \\ \dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{y}=4 \end{cases}$ を解きなさい．

5 $a,\ b,\ c,\ d,\ p,\ q$ は全て定数とする．$x,\ y$ についての連立方程式 $\begin{cases} ax+by=p \\ cx+dy=q \end{cases}$ を解きなさい．

1 $a,\ b$ を定数とする．x についての方程式 $ax=b$ を解きなさい．

よくあるミス：$ax=b$ より $x=\dfrac{b}{a}$

★「$a,\ b$ を定数とする」とは，x の値とは無関係だという意味である．したがって，x についての方程式の解に a や b の文字が混じってもよいことを示している．

★中学数学と高校数学では分母を 0 にしてはいけない．ある数を 0 で割ることは最大級の禁忌事項である．

【解答】

$a \fallingdotseq 0$ のとき，$x=\dfrac{b}{a}$

$a=0$ のとき，$b=0$ ならば x の値にかかわらずかかわらかかわらず $ax=b$ の等号が成り立つので解不定.

$b \fallingdotseq 0$ ならばどのような x の値に関わらず $ax=b$ の等号が成り立たないので解不能.

2 連立方程式 $\begin{cases} 11x-13y=61 \\ 17x-19y=91 \end{cases}$ を解きなさい． 【巣鴨高校・2003 年

★係数が複雑な場合は，2 式を足したり引いたりしてみると新たな道が開けることがある．

【解答】

$\begin{cases} 11x-13y=61 \cdots\cdots ① \\ 17x-19y=91 \cdots\cdots ② \end{cases}$ とおく．

① + ②： $28x-32y=152$, $\therefore 7x-8y=38 \cdots\cdots ③$

① − ②： $-6x+6y=-30$, $\therefore -x+y=-5 \cdots\cdots ④$

①かつ② は ③かつ④ と同値である．したがって ③かつ④ を解くと，$\underline{x=-2,\ y=-3}$

3 連立方程式 $\begin{cases} 2x+y=1 \\ 2y+z=2 \\ 2z+x=3 \end{cases}$ を解きなさい．

★連立方程式の形に対称性が見られるときは，全部足してみるとよい．

【解答】

$$\begin{cases} 2x+y=1 \cdots\cdots ① \\ 2y+z=2 \cdots\cdots ② \\ 2z+x=3 \cdots\cdots ③ \end{cases}$$ とおく．

① + ② + ③ : $3x+3y+3z=6$, $\therefore x+y+z=2 \cdots\cdots$ ④

①と④から y を消去すると，$-x+z=1 \cdots$ ⑤

③と④より，$x=\dfrac{1}{3}$，$z=\dfrac{4}{3}$

①と $x=\dfrac{1}{3}$ より $y=\dfrac{1}{3}$

以上より $\underline{(x,\ y,\ z)=\left(\dfrac{1}{3},\ \dfrac{1}{3},\ \dfrac{4}{3}\right)}$

4 連立方程式 $\begin{cases} \dfrac{3}{x} - \dfrac{4}{y} = 5 \\ \dfrac{2}{x} - \dfrac{3}{y} = 4 \end{cases}$ を解きなさい.

★分母に $x,\ y$ が含まれているときは，分数まるごと $\dfrac{1}{x} = A,\ \dfrac{1}{y} = B$ とおいてみる.

【解答】

$\dfrac{1}{x} = A,\ \dfrac{1}{y} = B$ とおくと $(x \fallingdotseq 0,\ y \fallingdotseq 0)$，与式は $\begin{cases} 3A - 4B = 5 \cdots\cdots ① \\ 2A - 3B = 4 \cdots\cdots ② \end{cases}$ と変形できる.

①, ②をとくと，$A = -1,\ B = -2$

よって$\underline{x = -1,\ y = -\dfrac{1}{2}}$ （$x \fallingdotseq 0,\ y \fallingdotseq 0$ を満たすので適）

5 $a,\ b,\ c,\ d,\ p,\ q$ は全て定数とする．$x,\ y$ についての連立方程式 $\begin{cases} ax+by=p \\ cx+qy=q \end{cases}$ を解きなさい．

★実は2元連立方程式には一発で解を求める裏技公式がある．これを「クラメルの公式」という．中学生はおろか，高校生になっても教科書では習わないが，これを知っておくと高校の物理で計算が楽になる場面がある．式の形が複雑なので，絶対に覚えなければいけないというものでもない．

【解答】

i) $ad-bc \fallingdotseq 0$ のとき，この方程式には特定の解が存在し，その値は $x=\dfrac{pd-qb}{ad-bc}$，$y=\dfrac{qa-pc}{ad-bc}$

ii) $ad-bc=0$ のとき，$a:b:p=c:d:q$ ならば解不定，$a:b:p \fallingdotseq c:d:q$ ならば解不能である..