1 n を正の整数とする．次の条件を満たす数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めたい．どのようにアプローチすればよいか．

(1) $a_1 = 3,\ a_{n+1} = a_n + n$

(2) $a_1 = 3,\ a_{n+1} = 3a_n + 6$

(3) $a_1 = 3,\ a_{n+1} = 2a_n + 4n$

(4) $a_1 = 3,\ a_{n+1} = 3a_n + 2^n$

(5) $a_1 = 1,\ a_2 = 3,\ a_{n+2} - 3a_{n+1} + 2a_n = 0$

(6) $a_1 = 1,\ a_2 = 1,\ a_{n+2} - a_{n+1} + \dfrac{1}{4}a_n = 0$

(7) $a_1 = 1,\ a_{n+1} = 2a_n^2 - (n-1)(2n+1)$

(8) $a_1 = 4,\ a_{n+1} = \dfrac{4a_n - 2}{a_n + 1}$

(9) $a_1 = 2,\ a_{n+1} = \dfrac{3a_n}{2a_n + 1}$

(10) $a_1 = 2,\ a_{n+1} = \dfrac{n+2}{n}a_n$

(11) $na_1 + (n-1)a_2 + \cdots\cdots + 1 \cdot a_n = \dfrac{n(n+1)(n+2)}{6}$

2 漸化式がどうしても解けない場合は，$n = 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ を代入して試してみる．法則性が見つかれば帰納法で示せばよい．

3 数学的帰納法を用いる場合は $n = k-2,\ k-1$ の成立を仮定したり，$n = 1,\ 2,\ 3, \cdots\cdots k-1$ の全ての成立を仮定したりするような変異種に気をつける．

4 特性方程式の特性解に n が混じってはいけない．例えば 1 番の (3) で特性方程式を使うのは NG.

5 全ての正の整数 n に対して $|\,a_{n+1} - \alpha\,| < r|\,a_n - \alpha\,|$ を満たす定数 $r(|\,r\,| < 1)$ と α が存在するとき，

$$|\,a_n - \alpha\,| < r|\,a_{n-1} - \alpha\,| < r^2|\,a_{n-2} - \alpha\,| < \cdots\cdots < r^{n-1}|\,a_1 - \alpha\,| \to 0\ (n \to \infty)$$

の形に持ち込み，はさみうちの原理から極限を出す．r と α はあくまでも定数であり，n が混じってはいけないので注意する．

6 $|\,a_{n+1} - \alpha\,| < r|\,a_n - \alpha\,|$ の形を作る際に，a_n を離散的な（n がとびとびの）数列ではなく連続な関数 $f(n)$ とみて，平均値の定理から導くこともある．誘導がなくても平均値の定理に気がつくようにする．

7 確率漸化式を自分で作る問題は，n が偶数のときと奇数のとき，あるいは $n \equiv 0,\ 1,\ 2 \pmod 3$ のときによって同じ状況や漸化式が繰り返されることが多いので，その性質に注目して式を立てる．

8 群数列は第 n 群の初項と末項に注目する．次に，第 1 群の初項から第 n 群の末項までにいくつの項が並んでいるかを求める．その数が，群の壁を全て取り払った時の第 n 群の末項までの項数である．