

以下の問題に答える際は、必要に応じて適当な文字を設定して使用してもよい

1 \vec{x} と \vec{y} が一次独立であるとはどういうことか.

2 3点 A, B, C が同一直線上にあることを, 始点を A とするベクトルで表しなさい.

3 2定點 A, B と動點 P がある. 直線 AB 上に点 P があることを, 点 A を始点とするベクトルで表しなさい.

4 $\triangle ABC$ において、辺 BC を $m:n$ に内分する点を P とするとき、 $\overrightarrow{AP} = \frac{n}{m+n}\overrightarrow{AB} + \frac{m}{m+n}\overrightarrow{AC}$ と表すことができる。このことを証明しなさい。ただし、 m, n は正の実数とする。

5 $\triangle ABC$ において、辺 BC を $m:n$ に外分する点を P とするとき、 $\overrightarrow{AP} = \frac{-n}{m-n}\overrightarrow{AB} + \frac{m}{m-n}\overrightarrow{AC}$ と表すことができる。このことを証明しなさい。ただし、 m, n は正の実数とし、 $m > n$ とする。

- 6** $\triangle ABC$ において、辺BCを $m:n$ に外分する点をPとするとき、 $\overrightarrow{AP} = \frac{-n}{m-n}\overrightarrow{AB} + \frac{m}{m-n}\overrightarrow{AC}$ と表すことができる。このことを証明しなさい。ただし、 m, n は正の実数とし、 $m < n$ とする。

以上の考察から、直線AB上に動点Pがあることは、始点をOとして、
$$\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}, s+t=1$$

と表せることが分かる。ただし s, t は実数とする。

さらに、線分AB上に点Pがあることは、
$$\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}, s+t=1, 0 \leq s \leq 1, 0 \leq t \leq 1$$

と表せることが分かる。

7 $\triangle OAB$ の周および内部に点 P があることをベクトルで表しなさい。

8 平面上において, $\triangle ABC$ と点 O , 点 P があり,
$$\vec{OP} = \vec{OA} + 2\vec{OB} + 3\vec{OC}$$
が成り立っている. このとき, 点 P はどのような点にあるか.

9 8番の問題で, $\triangle PAB$, $\triangle PBC$, $\triangle PCA$ の面積比が $3:1:2$ になっていることを確認しなさい.

10 次の極限值を求めなさい。(解ける範囲で)

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \cos x$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - (-3)^n}{(-3)^n + 2^n}$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n^3}$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{3^n + 2^n}$$