

三角形の重心、外心、内心、垂心の位置ベクトルは知っておいた方が圧倒的に有利である

**1**  $\triangle ABC$  の重心を  $G$  とおくと、位置ベクトル  $\vec{g}$  は

$$\vec{g} = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3}$$

と表せる。

**2**  $\triangle ABC$  の外心を  $I$  とおくと、その位置ベクトル  $\vec{o}$  は

$$\vec{o} = \frac{\sin 2A \vec{a} + \sin 2B \vec{b} + \sin 2C \vec{c}}{\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C}$$

と表せる。

**3**  $\triangle ABC$  の内心を  $I$ ,  $BC = a$ ,  $CA = b$ ,  $AB = c$  とおくと、その位置ベクトル  $\vec{i}$  は

$$\vec{i} = \frac{a \vec{a} + b \vec{b} + c \vec{c}}{a + b + c} \quad \text{または} \quad \vec{i} = \frac{\sin A \vec{a} + \sin B \vec{b} + \sin C \vec{c}}{\sin A + \sin B + \sin C}$$

と表せる。(正弦定理から2つの式が同値であることが簡単に示せる)

**4**  $\triangle ABC$  の垂心を  $H$  とおくと、その位置ベクトル  $\vec{h}$  は

$$\vec{h} = \frac{\tan A \vec{a} + \tan B \vec{b} + \tan C \vec{c}}{\tan A + \tan B + \tan C}$$

と表せる。ただし  $\triangle ABC$  は直角三角形でないものとする。